ENGINEERING PRIVATE BATCH

# Physics 1st Paper

## Chapter 04: Newtonian Mechanics

### Lecture: 04

# রকেট

## রকেটের শেষবেগ নির্ণয়:

$$F_{ধাক্কা} = -\frac{dm}{dt} V_{gr}$$

$$F_{Net} = F_{ধাক্কা} - mg$$

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{dm}{dt}V_{gr} - mg$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = -\int_{m_0}^{m}\frac{dm}{m}V_{gr} - \int_0^t g\,dt$$

$$v - v_0 = \left[\ln m\right]_{m_0}^{m} V_{gr} - gt$$

$$\boxed{v = v_0 - gt + V_{gr}\ln\frac{m_0}{m}}$$

$$F_{Net} = F_{ধাক্কা} - Mg$$

$$a_{net} = \frac{F_{ধাক্কা}}{M} - g$$

যেই মুহূর্তের লব্ধি ত্বরণ, সেই মুহূর্তের ভর

$$0 = \Delta p - \Delta m V_{gr}$$

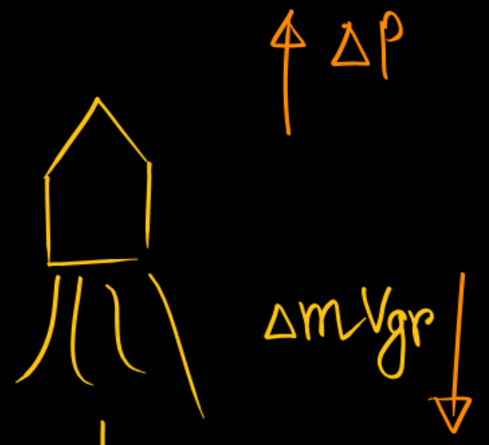
$$\Delta p = \Delta m V_{gr}$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} V_{gr}$$

$$F_{ধাক্কা} = \frac{\Delta m}{\Delta t} V_{gr}$$

$$\boxed{F_{ধাক্কা}(Ins.) = V_{gr}\frac{dm}{dt}}$$

$V_{gr}$ → রকেটের সাপেক্ষে (km/s) জ্বালানির বেগ




$\frac{dm}{dt}$ = জ্বালানি নির্গমন হার (kg/s)

# গাণিতিক সমস্যা



15000 kg জ্বালানিসহ একটি রকেটের ভর 20,000 kg: রকেটের সাপেক্ষে 3000 $ms^{-1}$ দ্রুতিতে জ্বালানি 200 $kgs^{-1}$ হারে পুড়ে। রকেটটি যদি খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত হয় তবে,

(ক) রকেটের উপর ধাক্কা নির্ণয় কর।

(খ) নিক্ষেপের সময় রকেটের প্রযুক্ত লব্ধি বল নির্ণয় কর।

(গ) জ্বালানি শেষ হওয়ার সময় রকেটের উপর প্রযুক্ত লব্ধি বল নির্ণয় কর।

(ঘ) জ্বালানি শেষ হওয়ার মুহূর্তে রকেটের বেগ নির্ণয় কর।

[ রমা স্যার]

Ans: $(i)\ 6\times10^5\ N$ $(ii)\ 4.04\times10^5\ N$ (iii) $5.51\times10^5 N$ $(iv)\ 3.42\ km/s$

(ক) $F_{ধাক্কা} = V_{gr}\frac{dm}{dt}$

$= 3000\times200$

$= 6\times10^5 N$

(খ) $F_{Net} = F_{ধাক্কা} - mg$

$F_{Net} = 6\times10^5 - 20000\times9.8$

(গ) মোট জ্বালানী = 15000kg

জ্বালানী শেষ হবে = $\frac{15000}{200}$

$= 75\ sec.$

$F_{Net} = F_{ধাক্কা} - mg$

$= V_{gr}\frac{dm}{dt} - mg$

$= 3000\times200 - 5000\times9.8$

(20,000-15000)

(ঘ) $V = \cancel{V_0}^{\,0} + V_{gr}\ln\frac{m_0}{m} - gt$

$= 3000\times\ln\frac{20000}{5000} - 9.8\times75$

# গাণিতিক সমস্যা



একটি রকেট প্রতি সেকেণ্ডে 50 kg/s জ্বালানি ব্যয় করে। রকেটের সাপেক্ষে নির্গত গ্যাসের বেগ 10 $kms^{-1}$ রকেটের উপর প্রযুক্ত ধাক্কা বল নির্ণয় কর। যখন রকেটের জ্বালানির ভর এর প্রাথমিক ভরের $\frac{1}{100}$ অংশ হয়, তখন রকেটের বেগ কত হবে? [রমা স্যার]

Ans: $(i)\ 5 \times 10^5 N$;
$(ii)\ 46.05 \times 10^3 ms^{-1}$

$$\frac{dm}{dt} = 50\,kg/s$$

$$V_{gr} = 10\,kms^{-1}$$

$$F_{ধাক্কা} = V_{gr}\frac{dm}{dt}$$

$$= 10\times10^3 \times 50$$

$$=$$

$$m = \frac{m_0}{100} \Rightarrow \frac{m_0}{m} = 100$$

$$V = \cancel{V_0}^{\,0} - \cancel{gt}^{\,0} + V_{gr}\ln\frac{m_0}{m}$$

$$V = 10\times10^3 \times \ln 100$$

# গাণিতিক সমস্যা



একটি রকেটকে পৃথিবী থেকে মুক্ত হতে হলে $\frac{m_0}{m}$ অনুপাতটির মান কত হবে? দেয়া আছে, মুক্তি বেগের মান 11200 $ms^{-1}$ এবং গ্যাসের নির্গমন বেগ 3 $kms^{-1}$।

[ রমা স্যার]

Ans: 41.67

$$V = V_e$$

$$\cancelto{0}{V_0} - \cancelto{0}{gt} + V_{gr} \ln \frac{m_0}{m} = 11200$$

$$3000 \ln \frac{m_0}{m} = 11200$$

$$\ln \frac{m_0}{m} = \frac{112}{30}$$

$$\frac{m_0}{m} = e^{\frac{112}{30}} = 41.81$$

# গাণিতিক সমস্যা



মহাকাশে অবস্থিত একটি শাটল মহাকাশ যানের ভর $3 \times 10^3$ kg এবং জ্বালানীর ভর 50,000 gm। জ্বালানী 15 kg/s হারে ব্যবহৃত হলে এবং 150 m/s সুষম দ্রুতিতে নির্গত হলে শাটল যানের উপর ধাক্কা নির্ণয় কর। [BUTex 08-09]

H.W.

Ans: 2250 $N$

# গাণিতিক সমস্যা



## HW

মহাকাশে অবস্থিত একটি শাটল মহাকাশ যানের ভর $2 \times 10^3$ kg এবং জ্বালানির ভর 100 kg। জ্বালানি 5 $kgs^{-1}$ হারে ব্যবহৃত হলে এবং 125 $ms^{-1}$ সুষম দ্রুতিতে নির্গত হলে শাটল যানের ওপর ধাক্কা নির্ণয় কর। [ রমা স্যার]

Ans: 625 $N$

# গাণিতিক সমস্যা



10,000 kg জ্বালানীসহ একটি রকেটের ভর 15,000 kg। রকেটের জ্বালানী 200 $kgs^{-1}$ হারে পুড়ে এবং গ্যাস 2000 m/s বেগে নির্গত হয়। রকেটের উপরের দিকে ধাক্কা কত? [BUTex 18-19]

Ans: $4 \times 10^5\ N$

# কৌণিক গতি

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$V = \boxed{\omega} r$

same

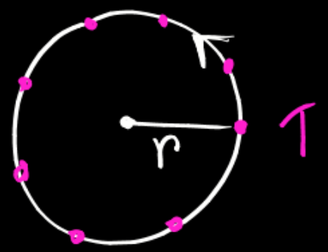
একটি ঘড়ির সেকেন্ডের, মিনিটের এবং ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগ নির্ণয় কর

$\omega_{second} = \frac{2\pi}{60}\ rad s^{-1}$

$\omega_{minute} = \frac{2\pi}{3600}\ rad s^{-1}$

$\omega_{hour} = \frac{2\pi}{12 \times 3600}\ rad s^{-1}$

$\omega$




$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

পর্যায়কাল

$f = \frac{1}{T}$

T sec — 1 বার

1 sec — $\frac{1}{T}$ বার $= f$

$\omega = 10\ rpm$

$= ?\ rad s^{-1}$

$1\ rev = 2\pi$

$\omega = 10\ rpm$

$= \frac{10 \times 2\pi\ rad}{60\ sec.}$

$1\ rpm = \frac{2\pi}{60}\ rad s^{-1}$

$1\ rps = \frac{2\pi}{1}\ rad s^{-1}$

$V = \frac{ds}{dt}$

$\omega_{ins.} = \frac{d\theta}{dt}$

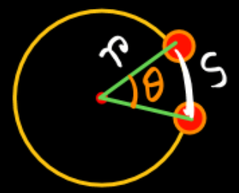
$\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$rad s^{-1}$

rpm

rps

revolution per minute.




$s = r\theta$

$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} + \theta \cancel{\frac{dr}{dt}}^{\,0}$

$V = r\omega$

$\boxed{\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$

LOBDHI

# গানিতিক সমস্যা

একটি হাত ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট ও ঘণ্টার কাঁটার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 0.015**m, 0.0125 m** এবং 0.01 **m** হলে প্রত্যেকের শেষ প্রান্তের রৈখিক বেগ নির্ণয় করো।

$$V_{second} = \frac{2\pi}{60} \times 0.015 \ ms^{-1}$$

$$V_{minute} = \frac{2\pi}{3600} \times 0.0125 \ ms^{-1}$$

$$V_{hour} = \frac{2\pi}{12 \times 3600} \times 0.01 \ ms^{-1}$$

# কৌণিক গতি

n তম second-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব

$s = u + \frac{1}{2}a(2t-1)$

$\theta = \omega_0 + \frac{1}{2}\alpha(2t-1)$

$v = v_0 + at$

$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

$v^2 = u^2 + 2as$

$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$s = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$

$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{2}\right)t$

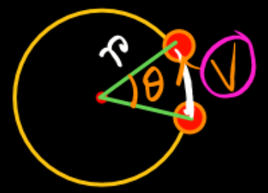
$\alpha_{ins.} = \frac{d\omega}{dt}$

$\downarrow$

$rad\,s^{-2}$

| $s$ | $\theta$ |
|---|---|
| $v_0$ | $\omega_0$ |
| $v_f$ | $\omega_f$ |
| $a$ | $\alpha$ |

## কৌণিক ত্বরণ




$v = \omega r$

$\frac{dv}{dt} = \omega \cancel{\frac{dr}{dt}}^{\,0} + r\frac{d\omega}{dt}$

$a_t = r\alpha$

$\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

# গাণিতিক সমস্যা



একটি বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 1500 বার বা 1500 rpm ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 4 মিনিট পর পাখাটি বন্ধ হয়ে যায়। পাখাটির কৌণিক ত্বরণ কত? থেমে যাওয়ার আগে পাখাটি কত বার ঘুরবে? [KUET 19-20; RUET 03-04 (মান ভিন্ন) ]

Ans: $-0.654\ rads^{-2}; 3000\ rev$

$\omega_i = 1500 \times \frac{2\pi}{60}\ rads^{-1}$

$\omega_f = 0$

$t = 4 \times 60\ sec.$

$t = 240\ sec.$

$\omega_f = \omega_i + \alpha t$

$\alpha = ?$

$\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t$

$= 6000\pi\ rad$

$n = \frac{6000\pi}{2\pi}$ বার

$= 3000\ rev.$

# গানিতিক সমস্যা



একটি বৈদ্যুতিক পাখা 210 rpm গতিতে ঘুরছিল, রেগুলেটরের সাহায্যে তার গতি বৃদ্ধি করা হলে পাখাটি 11s এ 630 rpm গতিতে পৌছালো। পাখাটির কৌণিক ত্বরণ কত? পাখাটি ওই 11s এ মোট কতটি আবর্তন সম্পন্ন করে?

$$\omega_i = 210 \times \frac{2\pi}{60}\ rad s^{-1}$$

$$\omega_f = 630 \times \frac{2\pi}{60}\ rad s^{-1}$$

$$t = 11 s$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right) t$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi}\ rev.$$

# গানিতিক সমস্যা



স্থির অবস্থা থেকে সমত্বরণে ঘুরতে শুরু করে একটি চাকা 30 বার আবর্তনের শেষে 60 rad/s কৌণিক বেগ অর্জন করে। চাকাটির কৌণিক ত্বরণ কত?

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$$

$$\alpha = ?$$

$\omega_i = 0$

$\theta = 30 \times 2\pi$ rad

$\omega_f = 60 \, rad s^{-1}$

$\alpha = ?$

# গানিতিক সমস্যা



একটি চাকতি সমকৌণিক ত্বরণে তার অক্ষের চারদিকে ঘুরতে শুরু করে। যদি দুই পাকের শেষে চাকতিটির কৌণিক বেগ $2\pi$ rad/s হয় তবে ঘোরা শুরুর 8s পরে সেটি মোট কত পাক ঘুরবে?

$\theta = \frac{1}{2}\alpha (t)^2$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} \times 8^2$

$= 16\pi$

$n = \frac{16\pi}{2\pi} = 8$ বার

$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$

$\alpha = \pi/2$

$\theta = 2 \times 2\pi$ rad

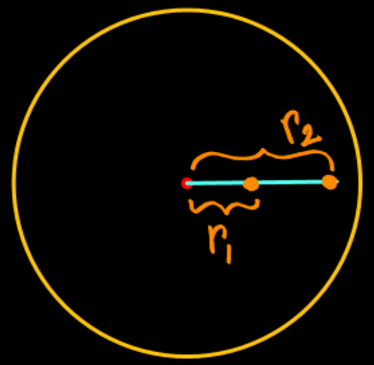
$\omega_f = 2\pi$ rad s$^{-1}$

$\omega_i = 0$ rad s$^{-1}$

# গানিতিক সমস্যা



$m_1$ ও $m_2$ ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে $r_1$ ও $r_2$ ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে পরিভ্রমণ করে। বৃত্ত দুটি সম্পূর্ণ করতে তাদের প্রত্যেকের একই সময় লাগলে তাদের কৌণিক গতিবেগের অনুপাত কত?




$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = 1:1$$

# গানিতিক সমস্যা



একটি বস্তু কোনো বৃত্তাকার পথে এমনভাবে ঘুরছে যাতে তার কৌণিক বেগ কৌণিক সরণের সমানুপাতিক হয়। বস্তুটি যদি দ্বিতীয় পাক ঘুরতে 2s সময় নেয়, তবে প্রথম পাকের শেষে তার কৌণিক বেগ কত ছিল?

$$\omega \propto \theta$$

$$\omega = K\theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} = K\theta$$

$$\Rightarrow \int_{2\pi}^{4\pi} \frac{d\theta}{\theta} = \int_{0}^{2} K\,dt$$

$$\Rightarrow \left[\ln\theta\right]_{2\pi}^{4\pi} = 2K$$

$$K = \frac{1}{2}\ln 2$$

$$\omega = \frac{\ln 2}{2}\theta$$

$$\omega = \frac{\ln 2}{2} \times 2\pi$$

$$\omega = \pi \ln 2$$

# গানিতিক সমস্যা



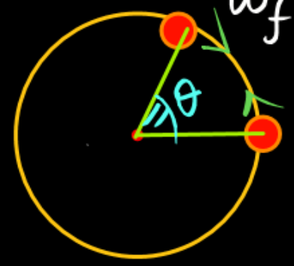
শুরুতে একটি বল ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে $5\ rad/s$ কৌণিক বেগ নিয়ে ঘুরছিল। কিছু সময় পর, মোট $5.5\ rad$ কোণ ঘুরার পরে বলটির কৌণিক বেগ ঘড়ির কাটার দিকে $1.5\ rad/s$ হয়।

ক) কৌণিক ত্বরণ কত?

খ) গড় কৌণিক বেগ কত?

গ) কত সময় লেগেছে এই বেগের পরিবর্তন করতে

ঘ) কত কোণ ঘুর্ণনের পরে তার কৌণিক বেগ শূন্য হয়েছিল। এবং সেটা কত সময় পর?




$\omega_f = -1.5\ rad s^{-1}$

$\omega_i = 5\ rad s^{-1}$

(ক) $\boxed{\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta}$

$$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\theta}$$

$$\alpha = \frac{(1.5)^2 - (5)^2}{2 \times 5.5}$$

$$= (-)2.07\ rad s^{-2}$$

$\omega_f$ এর দিকে

(খ) $\omega_{avg} = \frac{\omega_i + \omega_f}{2}$

$$\omega_{avg} = \frac{5 + (-1.5)}{2}$$

সমকৌণিক ত্বরণ হলে,

$$\omega_{avg} = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)$$

সকল ক্ষেত্রের জন্য, $\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$\boxed{\bar{v} = \frac{s}{t}}$ $\boxed{\bar{v} = \frac{u+v}{2}}$ → সমত্বরণের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য

সকল ক্ষেত্রে

# গানিতিক সমস্যা



শুরুতে একটি বল ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে $5\ rad/s$ কৌণিক বেগ নিয়ে ঘুরছিল। কিছু সময় পর, মোট $5.5\ rad$ কোণ ঘুরার পরে বলটির কৌণিক বেগ ঘড়ির কাটার দিকে $1.5\ rad/s$ হয়।

ক) কৌণিক ত্বরণ কত?

খ) গড় কৌণিক বেগ কত?

গ) কত সময় লেগেছে এই বেগের পরিবর্তন করতে

ঘ) কত কোণ ঘুর্ণনের পরে তার কৌণিক বেগ শূন্য হয়েছিল। এবং সেটা কত সময় পর?

(খ) $\omega_{avg} = \frac{\omega_i + \omega_f}{2}$

$\omega_{avg} = \frac{5 + (-1.5)}{2}$

(গ) $\alpha = -2.07\ rad s^{-2}$

$t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha}$

$t = \frac{-1.5 - 5}{-2.07}\ s$

(ঘ) $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$

$0^2 = 5^2 + 2(-2.07)\theta$

$\theta = \quad rad$

(ঙ) $\omega_f = \omega_i - \alpha t$

$t = \frac{\omega_i - \omega_f}{\alpha}$

$=$

প্রথম পুলির ক্ষেত্রে

# গানিতিক সমস্যা

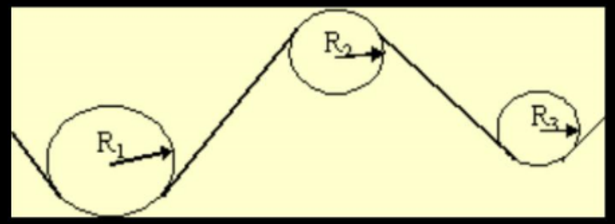


তিনটি পুলির ব্যাসার্ধ্য যথাক্রমে $R_1 = 0.30\ m, R_2 = 0.20\ m, R_3 = 0.10\ m$।

(No slippage)

ক) যদি দড়িটি $\boxed{5\ ms^{-1}}$ বেগে চলে, তাহলে প্রতিটি পুলির কৌণিক বেগ কত হবে? কম্পাঙ্ক ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর

খ) যদি দড়ির বেগ $10\ s$ এ $5\ ms^{-1}$ থেকে $10\ ms^{-1}$ হয়, তবে প্রতিটি পুলির গড় কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। কৌণিক ত্বরণ কত? $10\ sec$ এ প্রতিটি পুলি কতবার ঘুরবে?




(ক) $V = 5\,ms^{-1}$

$$\omega_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{5}{0.30}$$

$$\omega_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{5}{0.20}$$

$$\omega_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{5}{0.10}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

(খ) $\omega_{avg} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

$$= \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_1}}{2}$$

$$\omega_{avg} = \frac{\frac{5}{0.3} + \frac{10}{0.3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$\alpha = \frac{\frac{10}{0.3} - \frac{5}{0.3}}{10}$$

$$\theta = \omega_{avg} \times t$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi}\ rev.$$

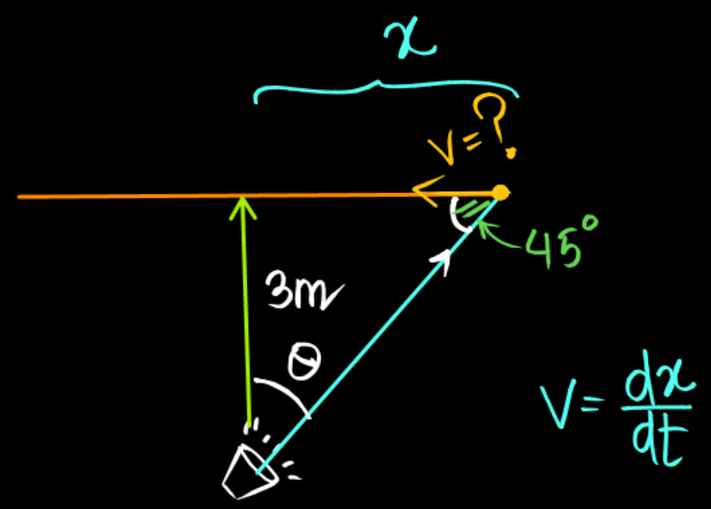
# গাণিতিক সমস্যা



একটি স্পটলাইট অনুভূমিক তলে 0.1 $rads$ সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। 3 m দূরবর্তী একটি দেয়ালের ওপর আলোক বিন্দুটি গতিশীল আছে। আলোক রেখা দেয়ালের সঙ্গে 45° কোণে আনত থাকলে আলোক বিন্দুটির বেগ কত? [ Ref: রমা স্যার ]

Ans: 0.6 m/s

$$\frac{d\theta}{dt} = 0.1\, rad s^{-1}$$




$$V = \frac{dx}{dt}$$

$$\tan\theta = \frac{x}{3}$$

$$x = 3\tan\theta$$

$$V = \frac{dx}{dt} = 3\sec^2\theta \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$V = 3(\sec^2 45^\circ) \times 0.1 = 0.6\, ms^{-1}$$

# গাণিতিক সমস্যা



HW

একটি বৈদ্যুতিক মোটর-এর অক্ষের সাপেক্ষে 100 rpm কৌণিক বেগে ঘুরছে। সুইচ বন্ধ করার 20 s পর মোটরটি থেমে যায়। মোটরটির কৌণিক ত্বরণ নির্ণয় কর। থেমে যাওয়ার আগে মোটরটি কতবার ঘুরবে? [ Ref: রমা স্যার ]

Ans: 16.66

# গাণিতিক সমস্যা



HW

একটি কণা 1.5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 120 বার আবর্তন করে। এর (ক) রৈখিক বেগ, (খ) পর্যায়কাল এবং (গ) কৌণিক বেগ কত? [Ref: ইসহাক স্যার ]

Ans: $18.852\ ms^{-1}; 0.5\ s; 12.568\ rads^{-1}$

MCQ



একটি ফ্লাই হুইল স্থির অবস্থা থেকে ঘুরা শুরু করলো। প্রথম সেকেন্ডে এটি 5rad ঘুরলে পরবর্তী সেকেন্ডে এটি কতো rad ঘুরবে?

a) 7.5 rad

b) 15 rad

c) 20 rad

d) 30 rad

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha(2t-1)$$

$$5 = \frac{1}{2}\alpha(2\times1-1)$$

$$\alpha = 10\ rad\,s^{-1}$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2}\alpha(2\times2-1)$$

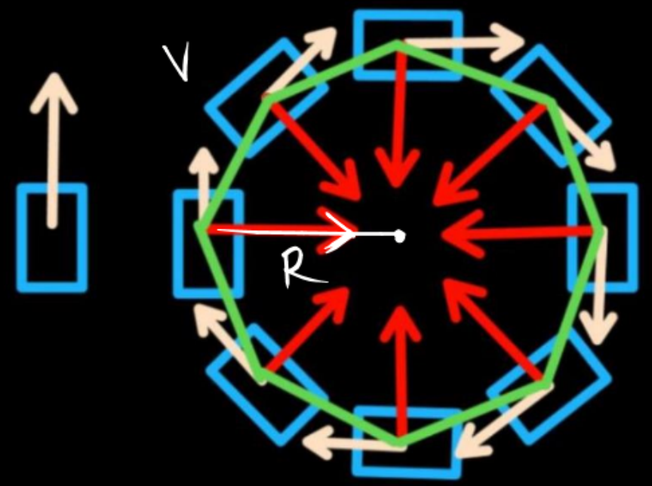
$$= \frac{1}{2}\times10\times3$$

$$\theta_2 = 15\ rad$$

# কেন্দ্রমুখী বল



যে বল কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘোরানোর জন্য বস্তুটির বেগের সংগে লম্বভাবে এবং ঐ বৃত্তাকার পথের কেন্দ্র এর দিকে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে ।




$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$F_c = ma$$

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

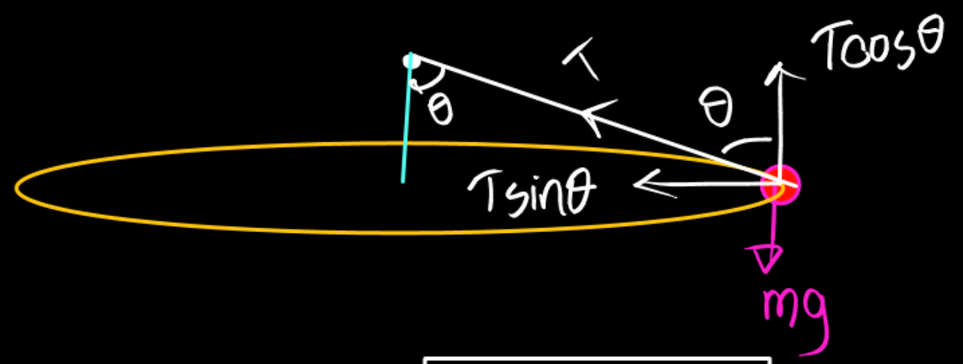
কেন্দ্রমুখী বল নিজে কোনো বল না। বৃত্তাকার পথে ঘোরানোর জন্য কোনো না কোনো বলকে কেন্দ্রমুখী বলের মানের সমান মানের বল দিতে হয় কেন্দ্রের দিকে।

# আনুভূমিক তলে বস্তু ঘুরানো



$$T = \frac{mv^2}{R}$$

সুতাকে আনুভূমিক রেখে ঘুরানো সম্ভব নয়।




$$T\cos\theta = mg$$
$$T\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$F_c = T$

$$T = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

# উলম্ব তলে বস্তু ঘুরানো



টান বলের পার্থক্য

$$T_B - T_A = \frac{mv_B^2}{R} + mg - \frac{mv_A^2}{R} + mg$$

$$= \frac{m}{R}(v_B^2 - v_A^2) + 2mg$$

$$T_B - T_A = \frac{m}{R} \times 4gR + 2mg = \boxed{6mg}$$

শক্তির নিত্যতা থেকেপাই

$$U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$mg \cdot 2R + \tfrac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \tfrac{1}{2}mv_B^2$$

$$\tfrac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = 2mgR$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 4gR$$

A বিন্দুর জন্য

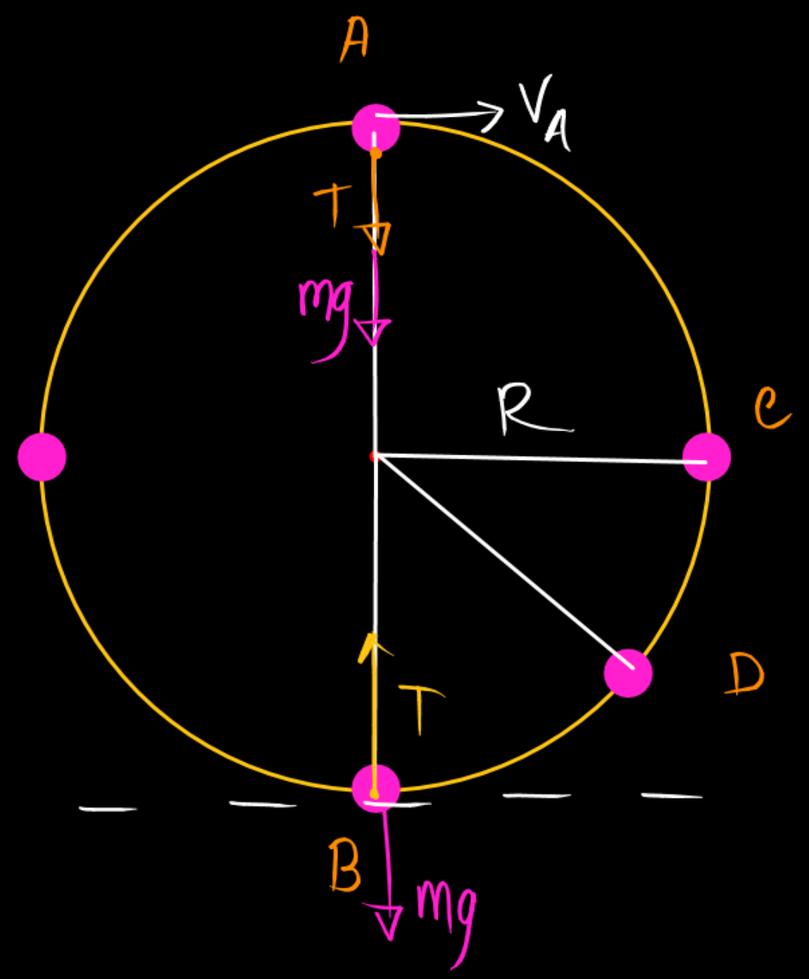
$$T_A + mg = \frac{mv_A^2}{R}$$

$$T_A = \frac{mv_A^2}{R} - mg$$

B বিন্দুর জন্য

$$T_B - mg = \frac{mv_B^2}{R}$$

$$T_B = \frac{mv_B^2}{R} + mg$$



# উলম্ব তলে বস্তু ঘুরানো



$V_A = ?$ হলে সুতায় কোন টান পড়বে না,

$$\cancel{T_A}^{\,0} + \cancel{m}g = \frac{\cancel{m}V_A^2}{R}$$

$$\boxed{V_A = \sqrt{gR}}$$

যেক্ষেত্রে, $V_B = ?$

$$V_B^2 - V_A^2 = 4gR$$

$$V_B^2 = 4gR + gR = 5gR$$

$$\boxed{\therefore V_B = \sqrt{5gR}}$$

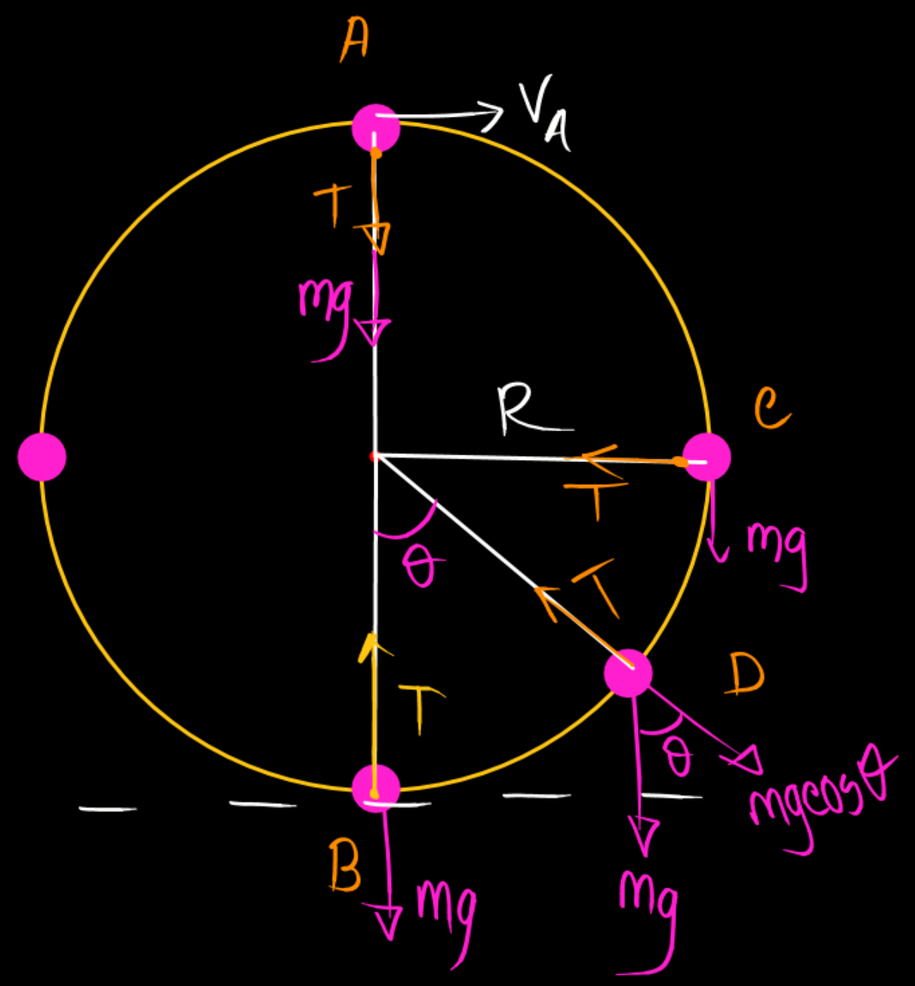
C বিন্দুর জন্য

$$T_C = \frac{mV_C^2}{R}$$

D বিন্দুর জন্য টান বল

$$T_D - mg\cos\theta = \frac{mV_D^2}{R}$$

$$* \quad \boxed{T_D = \frac{mV_D^2}{R} + mg\cos\theta}$$

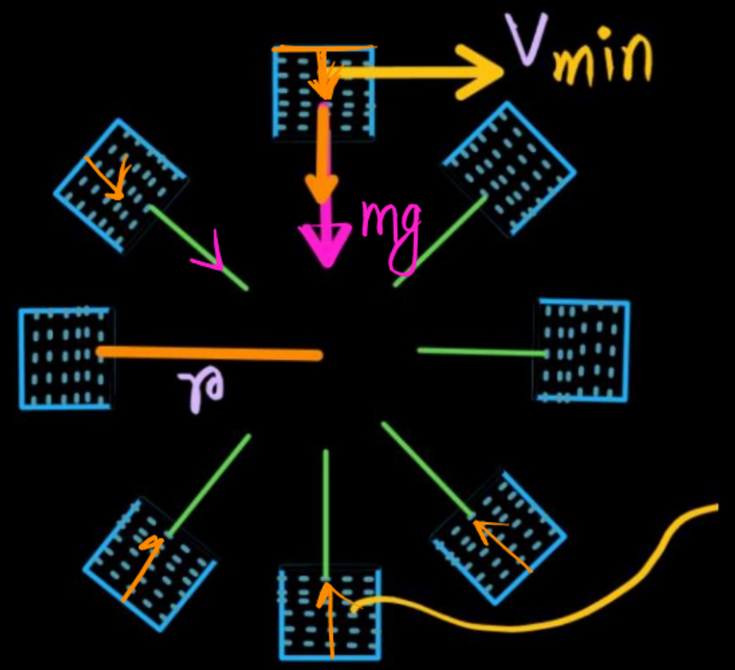


# উলম্ব তলে পানি ভরতি বালতি ঘুরানো



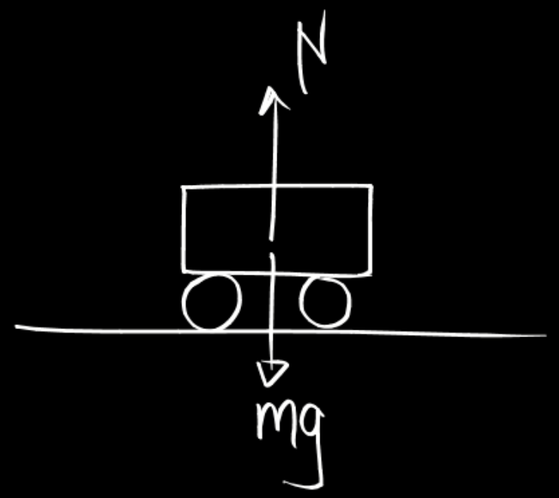
$$mg + \cancel{R}^{\,0} = \frac{mv^2}{r}$$

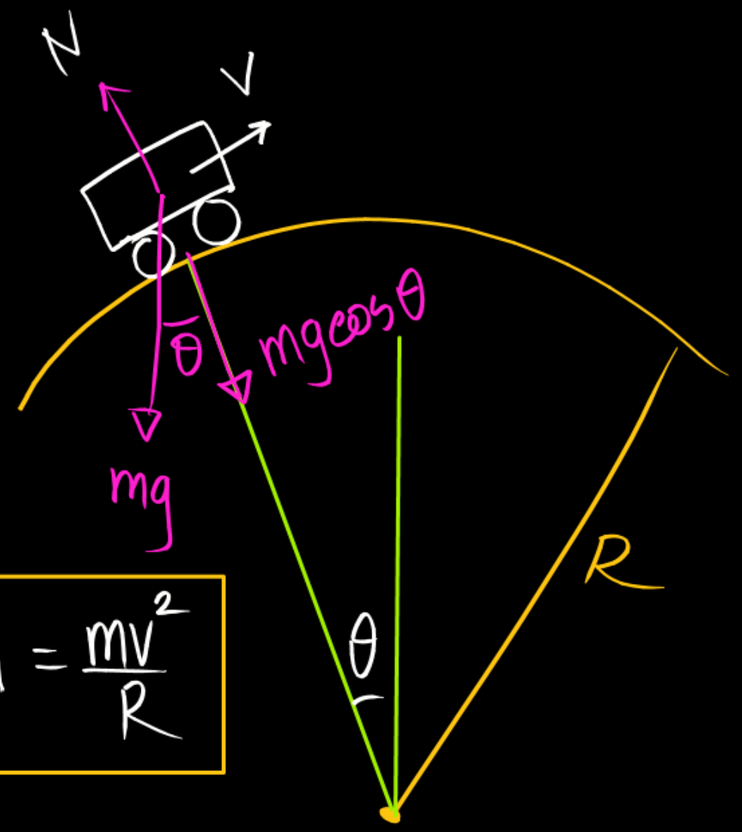
$$\boxed{v_{min} = \sqrt{gr}}$$



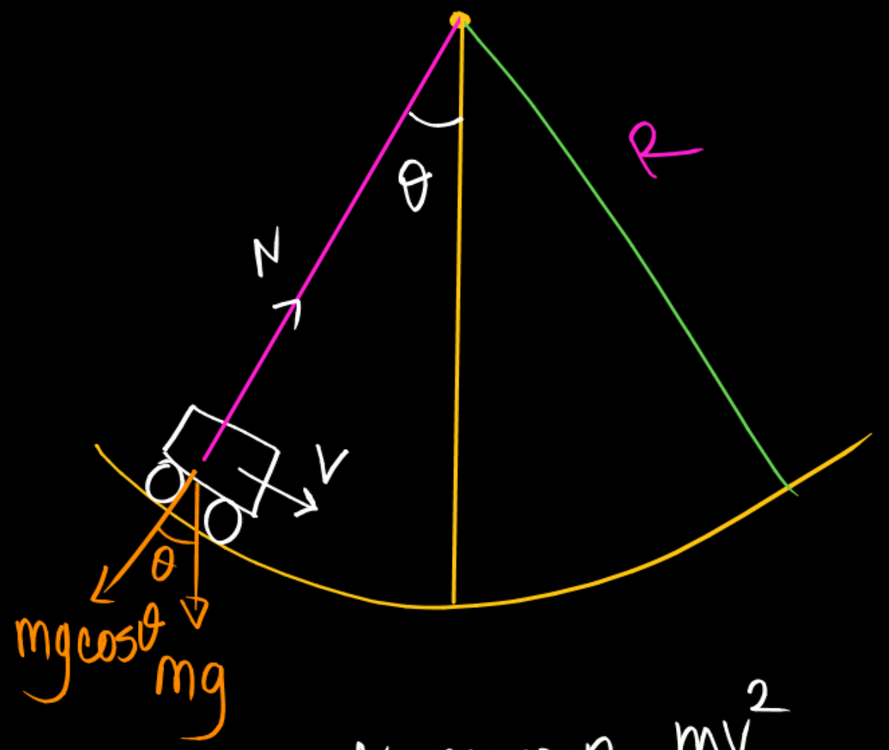
# ব্রীজে চলমান গাড়ির উপর প্রযুক্ত বল





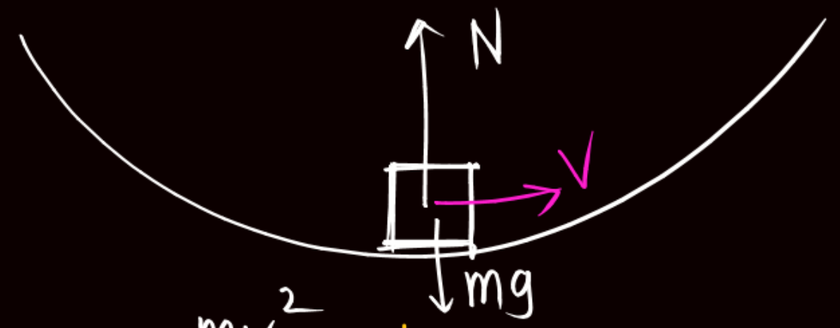




$$mg\cos\theta - N = \frac{mv^2}{R}$$




$$N - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$N = \frac{mv^2}{R} + mg\cos\theta$$




$$N - mg = \frac{mV^2}{R}$$

$$N = \frac{mV^2}{R} + mg$$

$$16000 = \frac{1000 \times V^2}{5} + 1000 \times 9.8$$

$$V = ?$$

$m = 1000\,kg$

$N = 16000\,N$

$R = 5\,m$

$V = ?$

# গাণিতিক সমস্যা

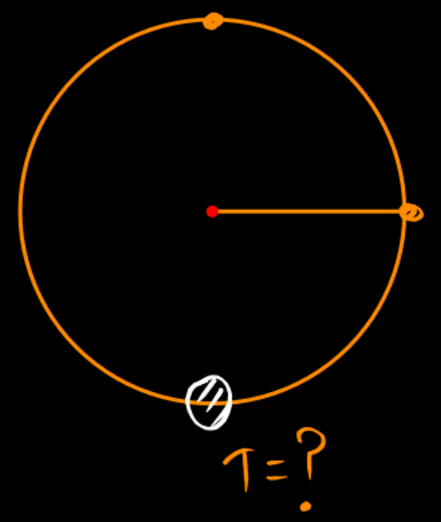


একটি পানি পূর্ণ বালতি 40 cm ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে উল্লম্ব তলে ঘোরানো হচ্ছে। সর্বনিম্ন কত দ্রুতিতে ঘোরালে উপুড় হওয়া সত্ত্বেও পানি পড়ে যাবে না?

$V = \sqrt{gr}$

# গাণিতিক সমস্যা






একটি বালতির ভর 0.9 kg এবং পানির ভর 4.1 kg। বালতিটি রশির সাহায্যে উল্লম্ব তলে 100 cm ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে 400 cm/s গতিতে ঘুরানো হচ্ছে। বালতিটি যখন বৃত্তের (ক) সর্বনিম্ন বিন্দুতে (খ) সর্বোচ্চ বিন্দুতে এবং (গ) কেন্দ্রগামী অনুভূমিক তলে অবস্থান করে, তখন রশির টান কত? [ Ref: প্রামাণিক স্যার ]

Ans: 129 N; 31 N ; 80 N

# গাণিতিক সমস্যা



$$F = -m\omega^2\left[b\sin\omega t\,\hat{i} + b\cos\omega t\,\hat{j}\right]$$

$m = 0.5\,kg$

$b = 3m$

$t = 2s$

$\omega = \pi$

$$F = -\hat{i} + -\hat{j}$$

$$\sqrt{(\ )^2 + (\ )^2}$$

$$\vec{r} = b\sin\omega t\,\hat{i} + b\cos\omega t\,\hat{j}$$

$$V = \frac{dr}{dt} = b\omega\cos\omega t\,\hat{i} - b\omega\sin\omega t\,\hat{j}$$

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} = -b\omega^2\sin\omega t\,\hat{i} - b\omega^2\cos\omega t\,\hat{j}$$

$$= -\omega^2\left[b\sin\omega t\,\hat{i} + b\cos\omega t\,\hat{j}\right]$$

$$\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$$

m ভরের একটি বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। সময়ের সাথে বস্তুটির অবস্থানের সমীকরণ $x = b\sin\omega t, y = b\cos\omega t$। (ক) ক্রিয়াশীল বলের রাশিমালা নির্ণয় করো। (খ) দেখাও যে, এটা কেন্দ্রমুখী বল। (গ) $m = 0.5kg$ ,$b = 3m, t = 2\,s$ এবং $\omega = \pi\,rad\,s^{-1}$ হলে কেন্দ্রমুখী বল ও এর মান নির্ণয় করো। [ Ref: প্রামাণিক স্যার ]

Ans: $\vec{F} = -mb\omega^2\sin\omega t\,\hat{\imath} - mb\omega^2\cos\omega t\,\hat{\jmath}$

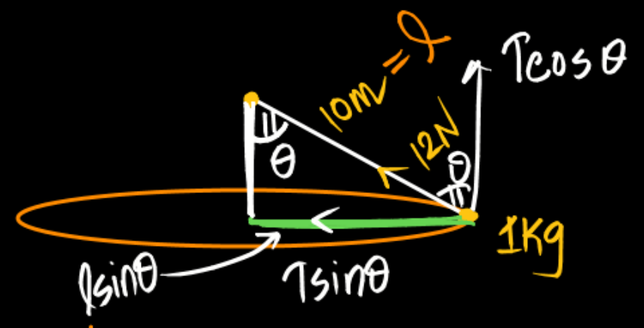
$\vec{F} = \vec{F_c}; \vec{F_c} = 3.375\,N$

# গাণিতিক সমস্যা



1 kg ভরের একটি পাথরের টুকরাকে 10 m লম্বা একটি সুতায় বেঁধে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘোরানো হচ্ছে। সুতাটি সর্বোচ্চ 12 N ভার সহ্য করতে পারে। সুতা না ছিঁড়ে সর্বোচ্চ কত বেগে পাথরটিকে ঘোরানো সম্ভব? [ Ref: রমা স্যার ]

Ans: 6.32 m/s




$T\cos\theta = mg$ — (I)

$\cos^2\theta = \left(\frac{mg}{T}\right)^2$ — (IV)

$T\sin\theta = \frac{mv^2}{l\sin\theta}$ — (II)

$\frac{mv^2}{Tl} = \sin^2\theta$ — (III)

(III) + (IV)

$1 = \left(\frac{mg}{T}\right)^2 + \frac{mv^2}{Tl}$

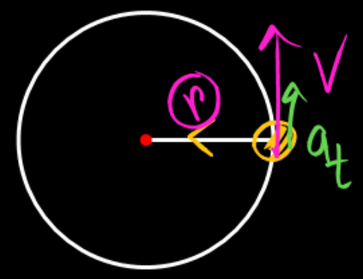
$m = 1kg$
$T = 12N$
$l = 10m$

$V = 6.32 ms^{-1}$

MCQ



$P = F\frac{s}{t} = Fv$




$a_c = k^2 r t^2 = \frac{v^2}{r}$

$v^2 = k^2 r^2 t^2$

$v = krt$

$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} = kr$

$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = m\vec{a}\cdot\vec{v}$

$= mkr \cdot krt$

$= mk^2r^2t$

একটি m ভরের কণা একটি r ব্যাসার্ধ্যের বৃত্তাকার পথে এমনভাবে গতিশীল আছে যেন এর কেন্দ্রমূখী ত্বরণ সময়ের সাথে $a = k^2rt^2$ সম্পর্ক মেনে চলে, যেখানে k ধ্রুবক। কণাটির ওপর প্রয়োগকৃত বল কর্তৃক কণার ওপর প্রযুক্ত ক্ষমতা কতো?

k

a) Zero

b) $mk^2r^2t^2$

c) $mk^2r^2t$

d) $mk^2rt$

**MCQ**



$t = 2\,sec - 1^{st}$

$a_t = 6 \times 2 = 12\,ms^{-2}$

$a_c = \frac{\{3(2)^2\}^2}{20}$

$a_c = \frac{144}{20} = 7.2$

$a_{net} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$

$= \sqrt{12^2 + 7.2^2}$

$= 13.99\,ms^{-2}$

$s = t^3 + 5$

$v = \frac{ds}{dt} = 3t^2$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 6t$

$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(3t^2)^2}{20}$

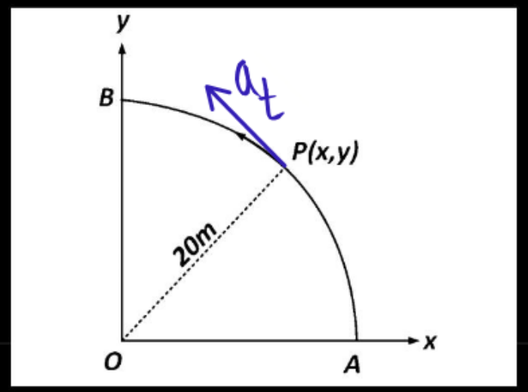
চিত্রের P কণাটি একটি বৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে চলে। P কণাটি $s = t^3 + 5$ দূরত্ব অতিক্রম করে, যেখানে s মিটারে ও t সেকেন্ডে প্রকাশিত। বৃত্তাকার পথটির ব্যাসার্ধ্য 20m । যখন $t = 2s$ সেই সময়ে P এর ত্বরণ কতো $m/s^2$?

a) 13

b) 12

c) 7.2

d) 14



দুটি সমান ভরের কণা দুটি আলাদা আলাদা বৃত্তাকার পথে চলছে। তাদের বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ্যের অনুপাত 3:4 হলে, সমান পরিমান কেন্দ্রমুখী বল পেতে হলে কণাদুটির বেগের অনুপাত কতো হবে?

a) $1:\sqrt{3}$

b) $2:\sqrt{3}$

c) $\sqrt{3}:2$ ✓

d) $\sqrt{3}:1$

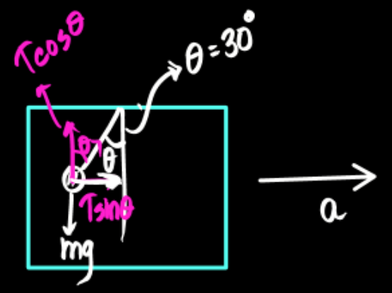
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{4}$$

$$m_1 = m_2$$

$$\frac{\cancel{m_1} v_1^2}{r_1} = \frac{\cancel{m_2} v_2^2}{r_2}$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{r_1}{r_2} = 3/4$$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



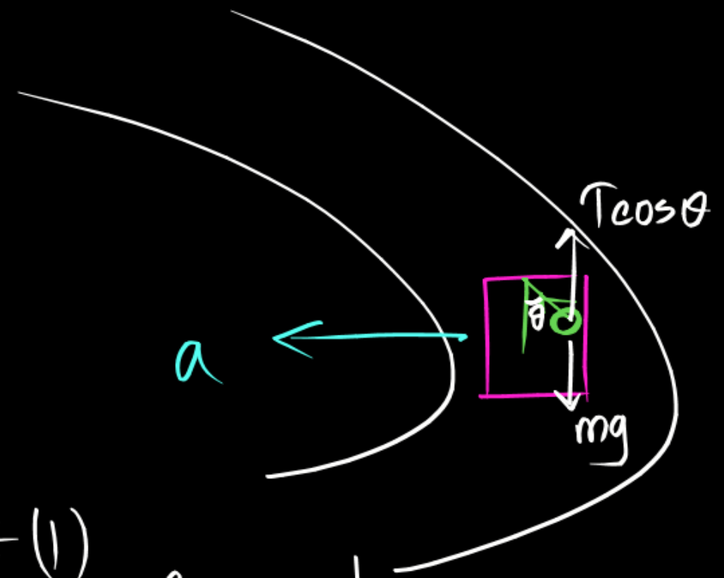

$T\cos\theta = mg$ —(I)

$T\sin\theta = ma$ —(II)

(II) ÷ (I)

$\tan\theta = a/g$

$a = g\tan\theta$




(II) ÷ (I)

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\theta = \tan^{-1}\frac{20^2}{40\times 10}$

$\theta =$

$T\cos\theta = mg$ —(I)

$T\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$ —(II)

একটি কার 20m/s ধ্রুব বেগে একটি 40m ব্যাসার্ধ্যের আনুভূমিক তলে অবস্থিত ট্র্যাকে চলছে। একটি বব একটি ভরবিহীন সুতার সাহায্যে গাড়ির ছাদের সাথে ঝুলে আছে। সুতাটি উল্লম্বের সাথে কতো কোণ তৈরি করবে?

( Take $g = 10m/s^2$ )

a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{4}$ ✓

d) $\frac{\pi}{3}$

"রমা স্যার"

একটি 1kg ভরের পাথর একটি 1m দৈর্ঘ্যের ভরবিহীন সুতার সাথে বাঁধা আছে। যদি সুতাটি সর্বোচ্চ 400N টান সহ্য করতে পারে, তাহলে পাথরটিকে আনুভূমিক অক্ষে ঘুরাতে থাকলে সর্বোচ্চ কতো বেগে ঘুরালে সুতাটি ছিঁড়বেনা?

a) 20 m/s

b) 40 m/s

c) 400 m/s

d) 10 m/s

MCQ



একটি ছেলে একটি 100g ভরের পাথরকে 2m দৈর্ঘ্যের একটি দড়ির সাথে বেঁধে আনুভূমিক তল বরাবর ঘুরাতে থাকে। সুতাটি সর্বোচ্চ 80N টান সহ্য করতে পারে। যদি পাথরটি সর্বোচ্চ $\frac{k}{\pi}$ rev./min বেগে ঘুরতে পারে, তাহলে k এর মান কতো?

a) 400

b) 300

c) 600

d) 800

$V = \omega r$

$\omega =$

# কৌণিক সরণ



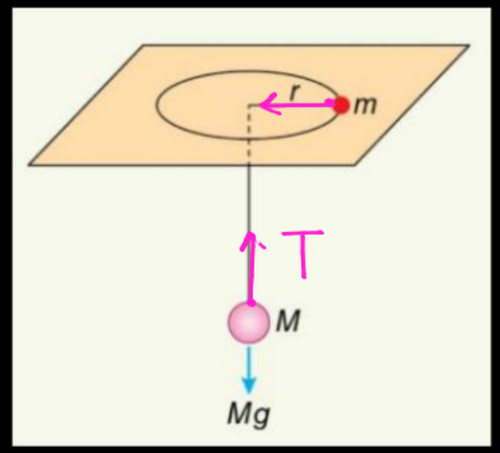
$(m < M)$। সুতোটি টেবিলের কেন্দ্রে অবস্থিত একটি ছিদ্রের মধ্য দিয়ে গিয়ে $M$ ভরটিকে ঝুলিয়ে রেখেছে। টেবিলটি $\omega$ কৌনিক বেগে ঘুরলে $M$ ভরটি স্থির থাকে। দেখাও যে $\omega = \sqrt{\left(\frac{M}{m}\right) \times \left(\frac{g}{r}\right)}$.

$r$ হল $m$ ভরের বস্তুটি যে বৃত্তাকার পথে ঘোরে তার ব্যাসার্ধ।

$$T = F_c = m\omega^2 r$$

$$Mg = m\omega^2 r$$

$$\omega = \sqrt{\frac{M}{m}\left(\frac{g}{r}\right)}$$



# কৌণিক সরণ



একটি ঘূর্ণায়মান টেবিলে ঘূর্ণন অক্ষ থেকে $r$ দূরত্বে একটি দন্ডকে উল্লম্বভাবে আটকানো আছে। দন্ডটির ওপরের প্রান্ত থেকে $l$ দৈর্ঘ্যের একটি সুতোর সাহায্যে একটি পাথরকে ঝোলানো আছে। সুতোটি উল্লম্ব দিকের সঙ্গে $\theta$ কোণে আনত থাকলে দেখাও যে টেবিলের কৌণিক বেগ = $\sqrt{\left(\frac{g\tan\theta}{r+l\sin\theta}\right)}$

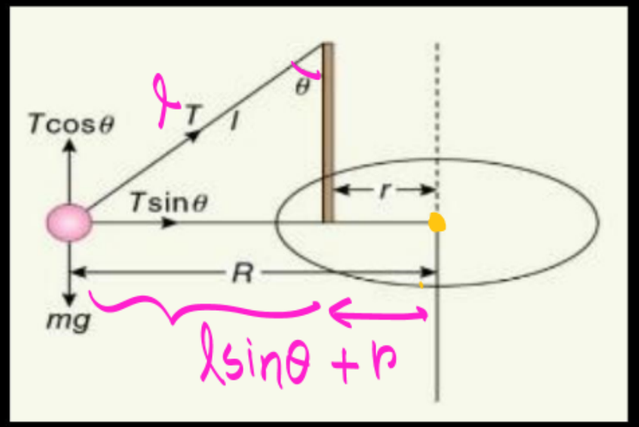
$$T\cos\theta = mg \quad \text{— (i)}$$

$$T\sin\theta = m\omega^2(l\sin\theta + r) \quad \text{— (ii)}$$

$$(ii) \div (i)$$

$$\tan\theta = \frac{\omega^2(l\sin\theta + r)}{g}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g\tan\theta}{r + l\sin\theta}}$$



# কৌণিক সরণ



একটি মসৃণ, সরু ও খাড়া নলের মধ্যে দিয়ে একটি অপ্রসারণশীল সুতো গেছে। একটি বড়ো ভর $M$ এবং একটি ছোটো ভর $m$ এই সুতোর দু-প্রান্তে যুক্ত আছে। $m$ ভর থেকে নলের মাথা পর্যন্ত $l$ দৈর্ঘ্যের অংশটিকে নলের সঙ্গে $\theta$ কোণে আনত রেখে $m$ ভরের বস্তুটিকে কত কম্পাঙ্কে অনুভূমিক তলে ঘোরালে $M$ ভরটি সাম্যাবস্থায় থাকে?

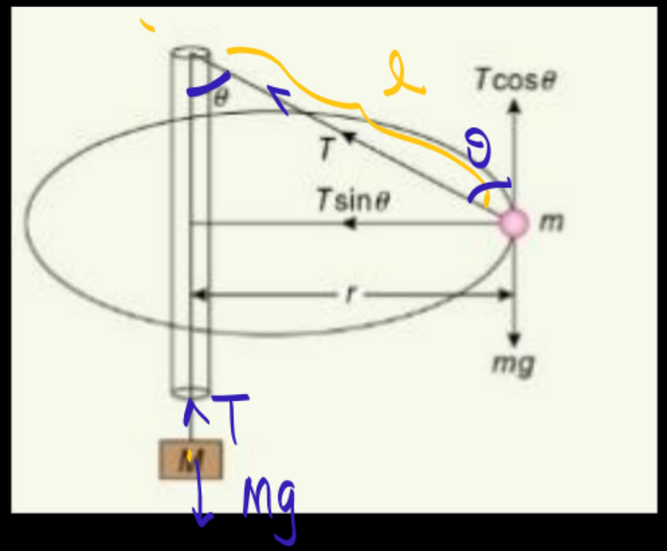
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Mg}{ml}}$$

$$T = Mg$$

$$T\cos\theta = mg$$

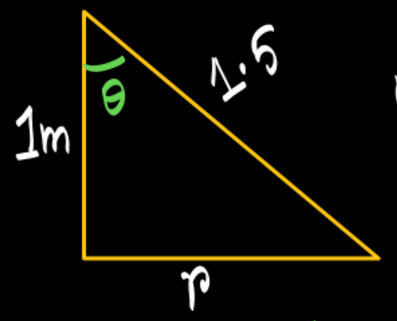
$$T\cancel{\sin\theta} = m\omega^2 l\cancel{\sin\theta}$$

$$\omega^2 = \frac{T}{ml} = \frac{Mg}{ml}$$



# কৌণিক সরণ






$r = \sqrt{1.5^2 - 1^2} = 1.12m$

$\cos\theta = \frac{1}{1.5}$

$\sin\theta = \frac{1.12}{1.5}$

$T_1\sin\theta + T_2\sin\theta = m\omega^2 r$

$70 \times \frac{1.12}{1.5} + 11.2 \times \frac{1.12}{1.5} = 4 \times \omega^2 \times 1.12$

$\omega = 3.678\ rad s^{-1}$

$\omega = \frac{3.678 \times 60}{2\pi}$ rpm

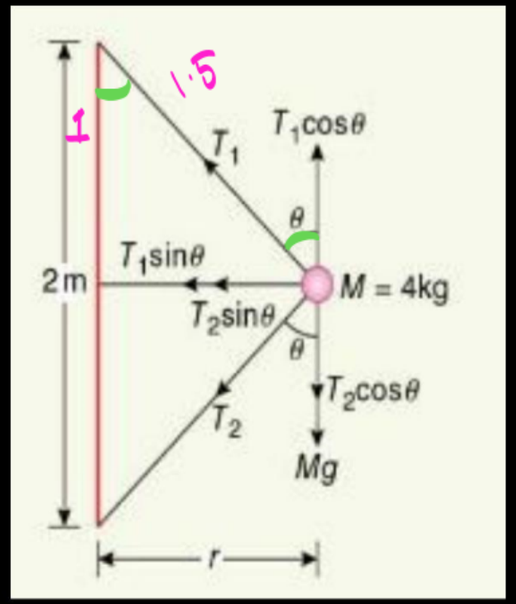
**4 kg** ভরের একটি বস্তুকে একই দৈর্ঘ্যের দুটি সুতোর সাহায্যে **2 m** দীর্ঘ একটি উল্লম্ব দন্ডের দু-প্রান্তে যুক্ত করা আছে। প্রতিটি সুতো **1.5 m** দীর্ঘ। দন্ডটিকে অক্ষ করে বস্তুটিকে ঘোরানো হচ্ছে। ওপরের সুতোটিতে **70 N** টান উৎপন্ন করতে মিনিটে ক-টি ঘূর্ণন সম্পূর্ণ করতে হবে? তখন নীচের সুতোর টান কত?

$T_1\cos\theta = T_2\cos\theta + Mg$

$70\cos\theta = T_2\cos\theta + 4g$

$70 \times \frac{1}{1.5} = T_2 \times \frac{1}{1.5} + 4g$

$T_2 = 11.2N$



# কৌণিক সরণ



$r = \sqrt{4^2 - 3.2^2}$

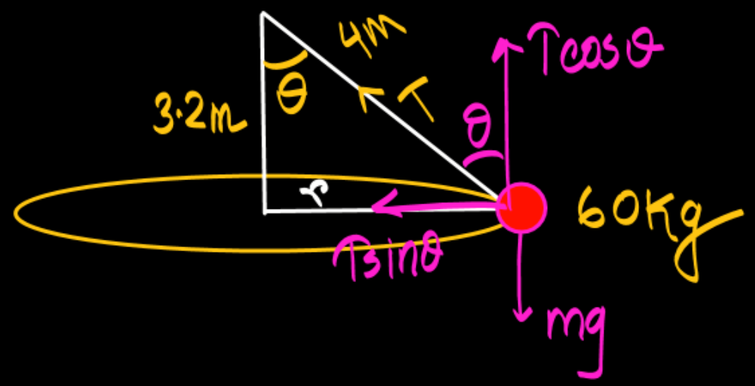
$= 2.4\,m$

$\cos\theta = \frac{3.2}{4}$

$\theta = 36.86$

$T = \frac{mg}{\cos\theta}$

$T = \frac{60 \times 9.8}{\frac{3.2}{4}}$




$T\cos\theta = mg$

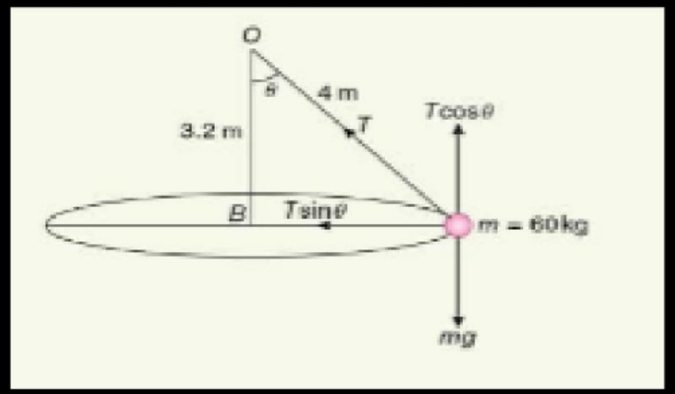
$T\sin\theta = m\omega^2 r$

$\tan\theta = \frac{\omega^2 r}{g}$

$\omega = \sqrt{\frac{g\tan\theta}{r}} = \sqrt{\frac{9.8 \times \tan 36.86}{2.4}}\ rad\,s^{-1}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$

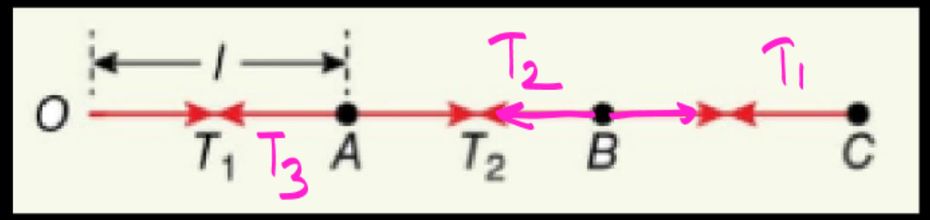
$4\,m$ দীর্ঘ একটি সুতোর প্রান্তে $60kg$ ভর যুক্ত আছে। ভরটি সুষম বেগে অনুভূমিক বৃত্তপথে ঘুরছে। ওই বৃত্তপথের তলটি সুতোর অপর প্রান্ত থেকে $3.2\,m$ নীচে। সুতোর টান এবং একবার পূর্ণবৃত্ত ঘুরতে ভরটির কত সময় লাগে নির্ণয় করো।



# কৌণিক সরণ



একটি ভরহীন তার OC-এর ওপরে দুটি বিন্দু এমনভাবে নেওয়া হল যাতে OA = AB = BC হয়। তিনটি সমভরের বস্তুকে A, B, C বিন্দুতে বেঁধে একটি মসৃণ অনুভূমিক টেবিলের ওপর রাখা হল। তারটিকে সোজা ও টানটান রেখে O বিন্দুর চারিদিকে ঘোরালে তারটির তিনটি অংশে টানের অনুপাত কত?




A বিন্দুর ক্ষেত্রে

$T_3 - T_2 = m\omega^2(l)$

$T_3 = m\omega^2 l + m\omega^2 5l$

$T_3 = m\omega^2(6l)$

B বিন্দুর ক্ষেত্রে

$T_2 - T_1 = m\omega^2(2l)$

$T_2 = m\omega^2 2l + m\omega^2(3l)$

$T_2 = m\omega^2 5l$

C বিন্দুর ক্ষেত্রে

$T_1 = m\omega^2(3l)$

$T_3 = T_{OA}$

$T_2 = T_{AB}$

$T_1 = T_{BC}$

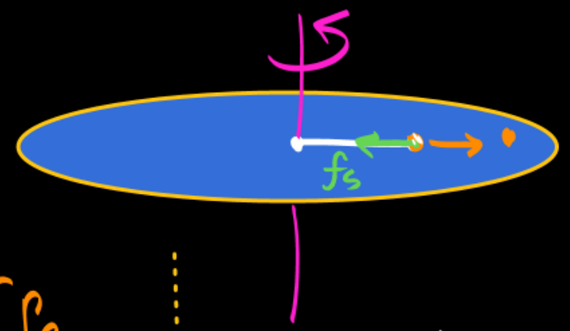
$T_{OA} : T_{AB} : T_{BC}$

$= 6 : 5 : 3$

# কৌণিক সরণ



একটি গ্রামোফোন চাকতির কেন্দ্র থেকে 7 cm দূরে একটি ক্ষুদ্র বস্তু রাখা আছে। চাকতি ঘুরতে শুরু করে যখন ধীরে ধীরে বেগ বৃদ্ধি করল এবং মিনিটে 60 বার আবর্তন করতে লাগল তখন বস্তুটি প্রায় বহির্মুখে ছিটকে যাওয়ার উপক্রম করল। বস্তুটিকে 12 cm দূরে রাখলে ওটি চাকতির কত ঘূর্ণন বেগে ছিটকে যাওয়ার উপক্রম করবে? ওই বস্তুর পরিবর্তে দ্বিগুন ভরের একটি বস্তু আগের 7 cm দূরের বিন্দুতে রাখলে ছিটকে যাওয়ার ঘূর্ণন বেগ কত হবে?




$\omega_1 = 60\,rpm$

$f_{s\,max} = F_c$

$\mu_s R = m\omega^2 r$

$\mu_s \cancel{m} g = \cancel{m}\omega^2 r$

$\omega^2 r = \mu_s g = const.$

$\omega_1^2 r_1 = \omega_2^2 r_2$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \times \omega_1$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{7}{12}} \times 60$

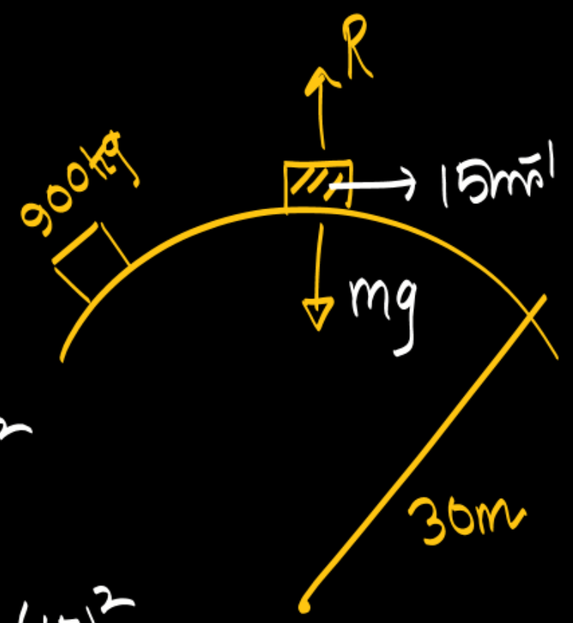
$\omega_2 = 45.82\,rpm$

∴ 7cm দূরে Double ভরের বস্তুকে রাখলে 60 rpm-এ সেটি ছিটকে যাবার উপক্রম হবে।

# কৌণিক সরণ



একটি গাড়ি অর্ধচন্দ্রাকার ব্রিজের ওপর দিয়ে চলছে। গাড়িটির ভারকেন্দ্র $30\ m$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাংশকে অনুসরণ করে। ধরে নাও, গাড়িটির ভর $900\ kg$ । গাড়িটি রাস্তার ওপরে উচ্চতম বিন্দুতে কতটা বল প্রয়োগ করবে, যদি গাড়ির গতিবেগ $15\ m/s$ হয়? কোন্ গতিবেগ চললে গাড়িটি রাস্তা স্পর্শ করবে না




(i)

$$mg - R = \frac{m(15)^2}{30}$$

$$R = mg - \frac{m(15)^2}{30}$$

$$R =$$

(ii) রাস্তা স্পর্শ না করলে, $R=0$ হবে,

$$mg = \frac{mv^2}{30}$$

$$v = \sqrt{30g}$$

$$=$$